

## **О ФОРМИРОВАНИИ УМЕНИЯ ПРАВИЛЬНО РАССУЖДАТЬ У УЧАЩИХСЯ 9 КЛАССА НА КУРСЕ ПО ВЫБОРУ**

**Тимофеева И.Л., доктор педагогических наук, профессор,  
Московский педагогический государственный университет, г. Москва  
iltimofeeva@mail.ru**

**Попадина Е.А., учитель математики,  
ГБОУ Школа № 1416, г. Москва,  
popadina.evgeniya@bk.ru**

*Аннотация.* В статье предложен один из методов формирования умения правильно рассуждать у учащихся 9 класса на курсе по выбору. Этот метод основан на использовании средств математической логики при решении задач на распознавание правильных рассуждений. Приведен пример решения задачи на распознавание следствий с использованием средств математической логики.

*Ключевые слова:* математика, курс по выбору, правильное (дедуктивное) рассуждение, логическая структура рассуждения, распознавание следствий, средства математической логики.

## **ABOUT LOGICAL CORRECT REASONING SKILL FORMATION FOR 9<sup>TH</sup> CLASS PUPILS AT ELECTIVE COURSE**

**I.L. Timofeeva, doctor of pedagogic sciences, professor,  
Moscow State Pedagogical University, Moscow  
iltimofeeva@mail.ru**

**E.A. Popadina, mathematics teacher,  
SFEI School № 1416, Moscow  
popadina.evgeniya@bk.ru**

*Abstract.* One method of forming logical correct reasoning skills on the secondary school elective course was proposed. This method based on using of math logic tools. The example of task solution on logical corollaries recognition using math logic tools was given.

*Keywords:* mathematics, elective course, logical correct (deductive) reasoning, logical structure of reasoning, corollaries recognition, math logic tools.

1. Одной из важнейших задач математического образования является воспитание у учащихся способности логично рассуждать. В ФГОС ООО [6] и ФГОС СОО [7] отмечено, что учащиеся должны проводить логические обоснования математических утверждений, точно и грамотно выражать свои мысли. Умение правильно рассуждать необходимо учащимся при изучении всех школьных предметов и в повседневной жизни [2]. Существует ошибочное мнение, что это умение формируется само по себе при изучении математики. В силу специфики предмета обучение математике предоставляет огромные возможности для формирования у учащихся этого умения. Но в то же время при обучении математике не уделяется должного внимания формированию умения логически правильно рассуждать. Если не уделять особого внимания формированию умения рассуждать логически правильно (т.е. рассуждать в соответствии с законами и правилами логики), то спонтанное формирование этого умения не даст должного результата.

В настоящее время в общеобразовательных школах большую роль играют курсы по выбору, поэтому актуальной является разработка учебно-методических материалов для курсов по выбору различной тематики. Для интенсивного формирования у учащихся умения правильно рассуждать

целесообразно использовать именно эту форму обучения. Существуют различные разработки курсов логической тематики, но посвящённых именно формированию умения правильно рассуждать нами не было найдено.

С 2014 г. в ЕГЭ по математике базового уровня появились задачи логического характера. Чтобы подготовить учащихся к выполнению этих задач, необходимы соответствующие учебно-методические материалы для учащихся и учителей. Однако таких материалов в настоящее время явно не хватает.

В этой статье отражены некоторые результаты разработки методики формирования умения правильно рассуждать у учащихся 9 класса на курсе по выбору "Дедуктивные рассуждения в математике".

**2.** Основная цель курса по выбору "Дедуктивные рассуждения в математике": формирование у учащихся умения правильно рассуждать. Этот курс разработан для учащихся 9 класса, планирующих продолжить обучение в 10 классе, где одним из профилирующих предметов является математика. Однако считаем, что этот курс будет полезен всем учащимся 9 класса, так как он направлен на развитие логического мышления.

В результате изучения курса учащиеся должны *знать*: термины и понятия логического характера (предложения без переменных (высказывания) и с переменными; логические операции над предложениями; обратное, противоположное и обратное к противоположному предложения для данного предложения; логически равносильные предложения; логическое следствие; правильное (дедуктивное) рассуждение); законы и правила логики; свойства логической равносильности и логического следования.

В результате изучения курса учащиеся должны *уметь*: переходить от предложения в безусловной форме к предложению с тем же смыслом в условной форме; выявлять логическую структуру предложений и рассуждений; записывать символически предложения и рассуждения; для данного условного предложения распознавать предложения: обратное исходному, противоположное исходному и обратное к противоположному для исходного; распознавать/выводить следствия данного предложения; распознавать правильные и неправильные рассуждения; проводить правильные рассуждения.

Программа курса по выбору, рассчитанного на 16 уч. часов, содержит следующие *разделы*:

**I.** Логические операции над предложениями. Равносильность и следование.

1. Логические операции над предложениями.
2. Логическая структура предложения.
3. Обратное, противоположное и обратное к противоположному предложения для данного предложения.
4. Равносильность и следование.

**II.** Дедуктивные рассуждения.

1. Индуктивные и дедуктивные рассуждения.
2. Логическая структура рассуждения. Схема рассуждений.
3. Правильные рассуждения. Правила логики.
4. Задачи на распознавание следствий и на выбор предложений, верных при данных условиях.
5. Задачи на распознавание правильных и неправильных рассуждений.

*Комментарий.* Основными объектами изучения на курсе по выбору "Дедуктивные рассуждения в математике" являются дедуктивные (правильные) рассуждения, т.е. рассуждения, построенные по законам и правилам логики. Основной раздел курса – второй, посвящён правильным (дедуктивным) рассуждениям. Не менее важным является и первый раздел, в котором представлен необходимый теоретический материал, изучение которого направлено на формирование умений выявлять логическую структуру предложений и записывать их символически, на усвоение логических законов и правил. После овладения этим материалом (теоретической базой) и соответствующими умениями, учащийся готов к обучению распознавать правильные и неправильные рассуждения с использованием средств логики.

3. Разработанная нами методика формирования у школьников умения правильно рассуждать основана на использовании средств математической логики. Объясним, зачем это нужно.

Задачи на распознавание следствий (из данного предложения) по существу сводятся к задачам на распознавание правильных и неправильных рассуждений. Задачи на распознавание следствий представлены в ЕГЭ по математике базового уровня (см. [1], [3]). Каждая из таких задач имеет следующий вид: предложены исходное предложение, которое может быть представлено как в условной форме, так и в безусловной форме, и четыре предложения, из которых необходимо выбрать предложения, являющиеся следствиями исходного предложения. В качестве предложений на выбор приводятся предложения следующего вида: обратное исходному, противоположное исходному, обратное к противоположному для исходного (контрапозитивное), а также сводящиеся к ним.

Решение каждой задачи на распознавание следствий как единичной, без подведения учащихся к пониманию того общего, что между ними есть, имеет малую ценность. А этим общим для всех предлагаемых на ЕГЭ задач является логическая структура рассуждений, точнее, логическая структура исходного предложения и предложений, предлагаемых на выбор. Содержание этих предложений, различное в разных задачах, не влияет на ход решения. Выявление общего в задачах позволяет предложить общий метод их решения, что существенно повышает ценность обучения. Выявить общее в структуре (форме) предложений позволяет использование средств математической логики, а именно – запись предложений с использованием логических символов. На это было обращено внимание и в статье [5]. Именно поэтому предлагаемая нами методика обучения решению таких задач основана на использовании средств математической логики.

Кроме того, отметим, что в задачах логического характера из ЕГЭ по математике на распознавание следствий обоснование ответа не требуется, достаточно только указать правильный ответ (выбрать предложения из списка). Считаем, что обучение учащихся решать такие задачи обязательно должно предусматривать обоснование ответа. Обосновать ответ проще, если учащиеся освоили общий метод решения таких задач.

Придерживаясь этой позиции, мы разработали следующие *методические рекомендации* по обучению распознаванию правильных и неправильных рассуждений:

1. Обучение распознаванию правильных (дедуктивных) рассуждений рекомендуем начать с наиболее простого случая – распознавания следствий (из данного предложения).
2. При решении задач на распознавание правильных / неправильных рассуждений недопустимо ограничиваться лишь ответом, необходимо обучать обосновывать ответ.
3. Для распознавания, является ли правильным рассуждение, рекомендуем выявить его логическую структуру.
4. Для наглядного отражения логической структуры рассуждения рекомендуем использовать запись предложений при помощи логических символов.
5. Понятия логической равносильности и логического следования использовать можно, но без определения этих понятий, а лишь поясняя их на примерах.

Поскольку задачи на распознавание следствий являются наиболее простым случаем задач на распознавание правильных и неправильных рассуждений, изучение рассуждений мы начинаем именно с задач на распознавание следствий, уделяя им немалое внимание.

При обучении школьников решению задач на распознавание следствий рекомендуем действовать следующим образом:

- I. Выявить логическую структуру исходного предложения и перейти к условной форме (если исходное было в безусловной форме).
- II. Ввести обозначения элементарных предложений.
- III. Выявить логическую структуру всех предложений на выбор.
- IV. Записать символически все предложения (исходное и из списка на выбор).
- V. Сопоставить пары полученных символических записей предложений (исходного и из списка на выбор) с законами и правилами логики, а также свойствами логического следования.
- VI. Сделать выбор на основании шага V: указать, какие из данных на выбор предложений являются следствиями исходного предложения.

Заметим, что рекомендация V пригодна только для известного по структуре списка предложений на выбор, который мы имеем, например, в задачах ЕГЭ на данный момент. Как уже отмечено, в этих задачах каждое предложение на выбор является или обратным исходному, или противоположным исходному, или обратным к противоположному для исходного.

4. Приведём пример решения задачи на распознавание следствий из ЕГЭ в соответствии с этими рекомендациями.

*Задача* [3]. Учитель математики Иван Петрович обязательно отключает свой телефон, когда ведёт урок.

Выберите утверждения, которые следуют из приведённых данных.

(1) Если телефон Ивана Петровича включён, значит, он не ведёт урок.

(2) Если телефон Ивана Петровича выключен, значит, он ведёт урок.

(3) Если Иван Петрович проводит контрольную работу по математике, значит, его телефон выключен.

(4) Если Иван Петрович не ведёт урок, значит, его телефон включён.

*Решение.* На занятиях результаты каждого этапа решения рекомендуем представлять по шагам. Шаги I-IV можно отразить в таблице.

I шаг. Перейдём от данного предложения к условному предложению с тем же смыслом: "Если учитель математики Иван Петрович (И.П.) ведёт урок, то он отключает свой телефон".

II шаг. Обозначим буквой  $A$  предложение "Учитель математики И.П. ведёт урок", буквой  $B$  – "И.П. отключает свой телефон" ("Телефон И.П. выключен"), буквой  $C$  – "И.П. проводит контрольную работу по математике". Очевидно, верно предложение  $C \rightarrow A$  (\*).

Для краткости объединим шаги III и IV.

III-IV шаги. Выявим форму всех предложений (исходного и предложенных на выбор).

(0) Если учитель математики И.П. ведёт урок, то он отключает свой телефон.

Предложение (0) символически запишем так:  $A \rightarrow B$ .

Оно является исходным предложением в условной форме.

(1) Если телефон И.П. включён, значит, он не ведёт урок.

Предложение (1) символически запишем так:  $\neg B \rightarrow \neg A$ .

Оно является предложением, обратным к противоположному для предложения  $A \rightarrow B$ .

(2) Если телефон И.П. выключен, значит, он ведёт урок.

Предложение (2) символически запишем так:  $B \rightarrow A$ .

Оно является предложением, обратным исходному предложению  $A \rightarrow B$ .

(3) Если И.П. проводит контрольную работу по математике, значит, его телефон выключен.

Предложение (3) запишем символически так:  $C \rightarrow B$ .

(4) Если И.П. не ведёт урок, значит, его телефон включён.

Предложение (4) символически запишем так:  $\neg A \rightarrow \neg B$ .

Оно является предложением, противоположным исходному предложению  $A \rightarrow B$ .

Результаты этой части решения представим в таблице 1.

Таблица 1

Символическая запись предложений

№	Предложение	Логическая характеристика предложения	Символическая запись предложения
0	Если учитель математики И.П. ведёт урок, то он отключает свой телефон	условная форма исходного	$A \rightarrow B$
1	Если телефон И.П. включён, значит, он не ведёт урок	обратное к противоположному для исходного	$\neg B \rightarrow \neg A$
2	Если телефон И.П. выключен, значит, он ведёт урок	обратное исходному	$B \rightarrow A$
3	Если И.П. проводит контрольную работу по математике, значит, его телефон выключен	усиление посылки в исходном	$C \rightarrow B$

4	Если И.П. не ведёт урок, значит, его телефон включён	противоположное исходному	$\neg A \rightarrow \neg B$
*	Если И.П. проводит контрольную работу по математике, то он ведёт урок	вспомогательное предложение	$C \rightarrow A$

V-VI шаги. Сопоставим пары полученных символических записей предложений (исходного и из списка на выбор) с законами и правилами логики, а также учтем свойства логического следования. По результатам сопоставления сделаем выводы.

1. Правило контрапозиции:  $A \rightarrow B \Rightarrow \neg B \rightarrow \neg A$ .

Предложение  $\neg B \rightarrow \neg A$  является предложением, обратным к противоположному (контрапозитивным) для предложения  $A \rightarrow B$ . Таким образом, предложение (1) логически следует из исходного предложения в силу правила контрапозиции.

2. Свойство логического следования:  $A \rightarrow B \vdash B \rightarrow A$ .

Предложение  $B \rightarrow A$  является предложением, обратным исходному предложению  $A \rightarrow B$ . Но обратное предложение не является логическим следствием исходного предложения. Таким образом, предложение (2) не следует из исходного предложения.

3. Правило силлогизма:  $C \rightarrow A, A \rightarrow B \Rightarrow C \rightarrow B$ .

Согласно (\*) предложение  $C \rightarrow A$  является верным. Из предложений  $C \rightarrow A$  и  $A \rightarrow B$  следует предложение  $C \rightarrow B$ . Таким образом, предложение (3) следует из исходного предложения.

4. Свойство логического следования:  $A \rightarrow B \vdash \neg A \rightarrow \neg B$ .

Предложение  $\neg A \rightarrow \neg B$  является предложением, противоположным исходному предложению  $A \rightarrow B$ . Но противоположное предложение не является логическим следствием исходного предложения. Таким образом, предложение (4) не следует из исходного предложения.

Ответ: 1, 3.

5. Рекомендации по решению задач на распознавание правильных и неправильных элементарных рассуждений несколько отличаются от рекомендаций по обучению распознаванию следствий. В общем случае рекомендуем действовать следующим образом:

I. Выявить логическую структуру посылок и заключения данного рассуждения и перейти к условной форме (если они были сформулированы в безусловной форме).

II. Ввести обозначения элементарных предложений.

III. Записать символически посылки и заключение данного рассуждения.

IV. Записать схему рассуждения.

V. Сопоставить полученную схему с основными правилами логики и свойствами логического следования.

VI. Высказать гипотезу на основании шага V: является данное рассуждение правильным или неправильным. Для обоснования ответа, что данное рассуждение не является правильным, необходимо привести контрпример. Обосновать, что рассуждение является правильным, можно ссылкой на соответствующее известное правило логики или на комбинацию этих правил.

Разумеется, шаги IV-VI являются наиболее сложным, но подробнее раскрыть их в рамках этой статьи не представляется возможным. Вариант, как это можно сделать, предложен в [4].

6. Разработанные нами методические материалы были частично опробованы в 2017 г. в ГБОУ Школа № 1359 г. Москвы. Было проведено несколько занятий с учащимися 9 класса и две проверочные работы: одна – до проведения занятий, другая – после.

Результаты этого обучения дают основание полагать, что разработанные материалы доступны и интересны учащимся, а методика обучения распознаванию следствий с использованием средств математической логики эффективна: у учащихся в результате обучения повысилась способность решать задачи на распознавание следствий, а также появилась возможность обосновывать своё решение, а значит, и в целом повысилась способность правильно рассуждать.

### Литература

1. Открытый банк задач ЕГЭ по математике базового уровня [Электронный ресурс] / Официальный сайт. – Режим доступа: <http://base.mathege.ru>.

2. Примерная образовательная программа среднего общего образования [Электронный ресурс] / Городской методический центр. – Режим доступа: <http://mosmetod.ru/metodicheskoe-prostranstvo/documenti/primernaya-osnovnaya-obraz-programa-srednego-obshego-obrazov.html>.
3. РЕШУ ЕГЭ. МАТЕМАТИКА базовый уровень [Электронный ресурс] / Образовательный портал для подготовки к экзаменам. – Режим доступа: <https://mathb-ege.sdamgia.ru/test?theme=222>.
4. Тимофеева И.Л. Вводный курс математики: учеб. пособие для студентов учреждений высш. пед. проф. образования / И.Л. Тимофеева, И.Е. Сергеева, Е.В. Лукьянова. – М.: Издательский центр «Академия», 2011. – 240 с.
5. Тимофеева И.Л. О подготовке учащихся к решению задач на распознавание следствий / И.Л. Тимофеева // Проблемы теории и практики обучения математике: Сборник научных работ, представленных на Международную научную конференцию «70-е Герценовские чтения» / Под. ред. В.В. Орлова. – СПб.: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена, 2017. – С. 127-129.
6. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования // Министерство образования и науки Российской Федерации [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://минобрнауки.рф/документы/938>.
7. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования // Министерство образования и науки Российской Федерации [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://минобрнауки.рф/документы/2365>.